一直有个疑问，在随机过程或者通信原理课程中，通常在讲述白噪声的时候都会提到，如果在信号的频带内噪声的功率谱密度为常数，则就可以将噪声简化地建模为白噪声，但深究这个做法的道理何在，我却没有发现有那本书详细阐述这么做的理由。对这个问题提法细抠一下：

情形 1：假定信号为 $s(t)$，其带宽限制于频带 $[f_{\min}, f_{\max}]$，加性噪声为 $n_W(t)$，噪声的功率谱密度在区间 $[f_{\min}, f_{\max}]$ 内为常数 $\frac{N_0}{2}$，则接收波形为

$$y(t) = s(t) + n_W(t) \tag{1}$$

情形 2：信号 $s(t)$ 特性同情形 1，但将(1)式中的噪声替换为一个新的噪声 $n(t)$，$n(t)$ 的功率谱密度在区间 $[f_{\min}, f_{\max}]$ 内也为常数 $\frac{N_0}{2}$，但 $n(t)$ 的功率谱密度在区间 $[f_{\min}, f_{\max}]$ 外可以任意设置，（当然得保证在区间 $[f_{\min}, f_{\max}]$ 外的功率谱密度值非负），则将红线部分的那句话换个说法就得到如下的结论。

结论： 如果单从分别依据 $y(t) = s(t) + n_W(t)$ 和 $y(t) = s(t) + n(t)$ 来提取 $s(t)$ 中信息的角度而言，上述的噪声替换操作不会对信息提取产生任何影响。

既然上述命题成立，那从数学处理简单方便出发，我们就构造噪声 $n(t)$ 在的功率谱密度在整个频率轴上为常数 $\frac{N_0}{2}$。由于白噪声的自相关函数为 $\delta(\cdot)$ 函数，所以上述噪声替换操作可以极大地简化理论推导！

实际上按照我的理解：现实中的通信系统都能满足情形 1 的假设条件(**例如在 Madhow 书中 p94 页的(3.24)式中的噪声 $n(t)$ 在实际中也只是一个在有限带宽内功率谱密度为常数 $\frac{N_0}{2}$，并不是如原文所述的在所有频率上都是常数 $\frac{N_0}{2}$**)也就是说在信号的频带内噪声的功率谱密度为常数，而上述的噪声替换操作并不会影响信息的提取，所以通过噪声替换可将数学推导的难度降低。也就是说，白噪声模型只是一种数学工具而已，真正的白噪声实际上并不存在。这有点类似于 $\delta(\cdot)$ 函数，现实中不存在严格意义上的 $\delta(\cdot)$ 函数，但利用它确实能帮助我们解决很多问题。

说了这么多，**我的疑问是如何证明方框中的结论成立？或者说应该如何来理解情形 1 到情形 2 的过渡。**

现在比较明确的一点是：基于 $y(t)=s(t)+n_W(t)$ 来提取 $s(t)$ 中的信息时，如果我们设计的信息处理工具的第一步就是一个频率特性 $Q(f)$ 在 $f \notin [f_{\min}, f_{\max}]$ 时满足如下条件

$$Q(f) \equiv 0 \tag{2}$$

的线性时不变滤波器时，那上述的噪声替换操作肯定是没有问题的，因为当 $y(t)=s(t)+n_W(t)$ 和 $y(t)=s(t)+n(t)$ 分别通过 $Q(f)$ 后，输出端的噪声统计特性是一样的。**但绿线部分一定成立吗？**