



中国科学院高功率微波与电磁辐射重点实验室

无相位检测电磁逆散射中的 相位复原

张文吉 李廉林 李芳

2007. 09. 19

内容提要

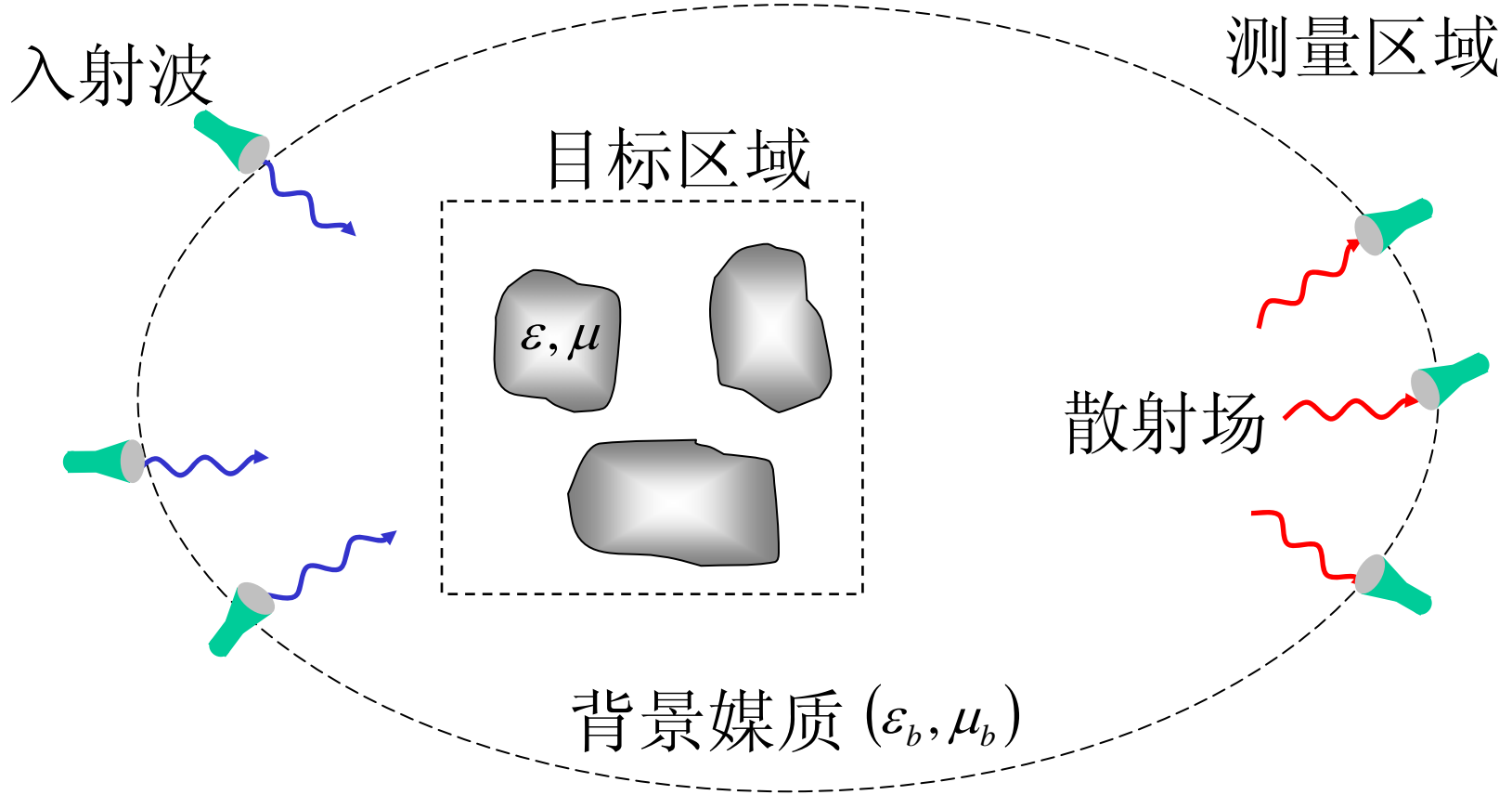
- 研究背景
- 电磁逆散射中的相位复原方法
- 自由度和噪声对相位复原的影响
- 实验验证



中国科学院高功率微波与电磁辐射重点实验室

一、研究背景

电磁逆散射



需要同时利用散射场的**幅度**和**相位**信息

相位测量

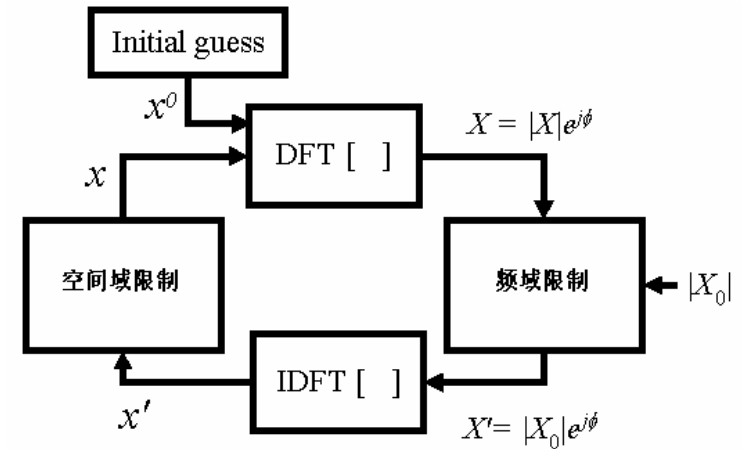
- ✦ 频率 $f > 10 \text{ G}$, 毫米波/亚毫米波, THz
- ✦ 测量精度
- ✦ 测量成本/系统复杂性



不测量相位?

传统的相位复原方法

$$|F| \longrightarrow f$$



IFT(Iterative Fourier Transform)

Quadratic Approach

- ✦ 需要利用信号变换域（傅立叶变换域和逆傅立叶变换域）的先验信息
- ✦ 存在一个不确定的常相位因子

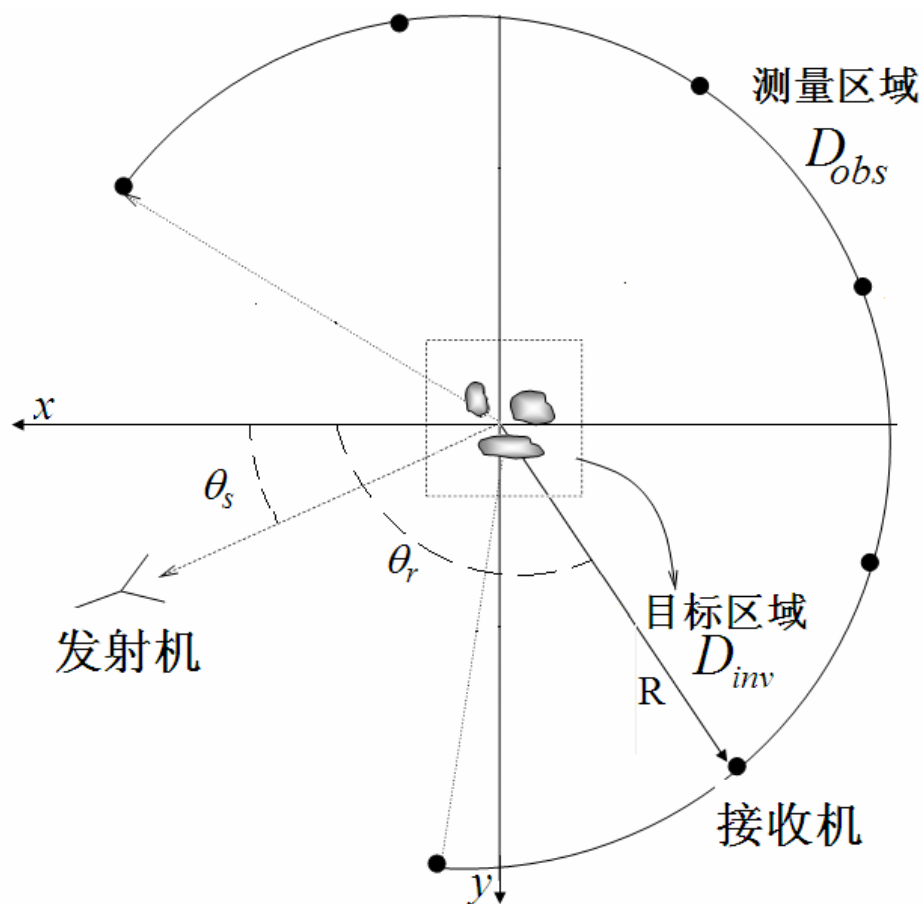


二、电磁逆散射中的相位复原方法

电磁场中的先验信息？

$$|E^{tot}| = |E^{sca} + E^{inc}| \longrightarrow \chi \xrightarrow{\text{FFT}} E^{sca}$$

先验信息/约束条件



总场， 散射场， 入射场满足如下关系：

$$|E^{tot}|^2 - |E^{inc}|^2 = |E^{sca}|^2 + 2\text{Re}\left[E^{sca} \cdot (E^{inc})^*\right]$$

$$D^2 = |E^{tot}|^2 - |E^{inc}|^2$$

定义价格函数

$$\begin{aligned} \phi(x) &= \left\| D^2 - |E^{sca}|^2 - 2\text{Re}\left[E^{sca} \cdot (E^{inc})^*\right] \right\|^2 \\ &= \sum_{k=-K}^K \sum_{l=-L}^L \left\{ D_{kl}^2 - |E_{kl}^{sca}|^2 - 2\text{Re}\left[E_{kl}^{sca} \cdot (E_{kl}^{inc})^*\right] \right\}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{kl}^{sca} &= \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-M}^M x_{nm} e^{-j2\pi\left(\frac{kn}{2N+1} + \frac{lm}{2M+1}\right)} \\ &= \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-M}^M (\xi_{nm} + j\gamma_{nm}) e^{-j2\pi\left(\frac{kn}{2N+1} + \frac{lm}{2M+1}\right)} \end{aligned}$$

局部方法(确定性方法)

牛顿法, 共轭梯度法, 最速下降法等

全局方法

基因算法, 粒子群算法, 模拟退火算法等

价格函数 ϕ 的梯度:

$$\begin{aligned} \nabla \phi &= \frac{\partial \phi}{\partial \xi_{nm}} + j \frac{\partial \phi}{\partial \gamma_{nm}} \\ &= -4 \sum_k \sum_l \left\{ \begin{aligned} &\left[D_{kl}^2 - |E_{kl}^{sca}|^2 - 2 \operatorname{Re} \left[E_{kl}^{sca} \cdot (E_{kl}^{inc})^* \right] \right] \\ &\cdot \left[(E_{kl}^{sca} + E_{kl}^{inc}) e^{j2\pi \left(\frac{kn}{2N+1} + \frac{lm}{2M+1} \right)} \right] \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

最佳步长 λ :

设共轭方向为 n , $\phi(x + \lambda n)$ 展开为 λ 的四次多项式:

$$\phi(x + \lambda n) = a\lambda^4 + b\lambda^3 + c\lambda^2 + d\lambda + e$$

其中：

$$a = \sum_k \sum_l |N_{kl}|^4$$

$$b = 4 \sum_k \sum_l |N_{kl}|^2 \operatorname{Re} \left(E_{kl}^{sca} N_{kl}^* + E_{kl}^{inc} N_{kl}^* \right)$$

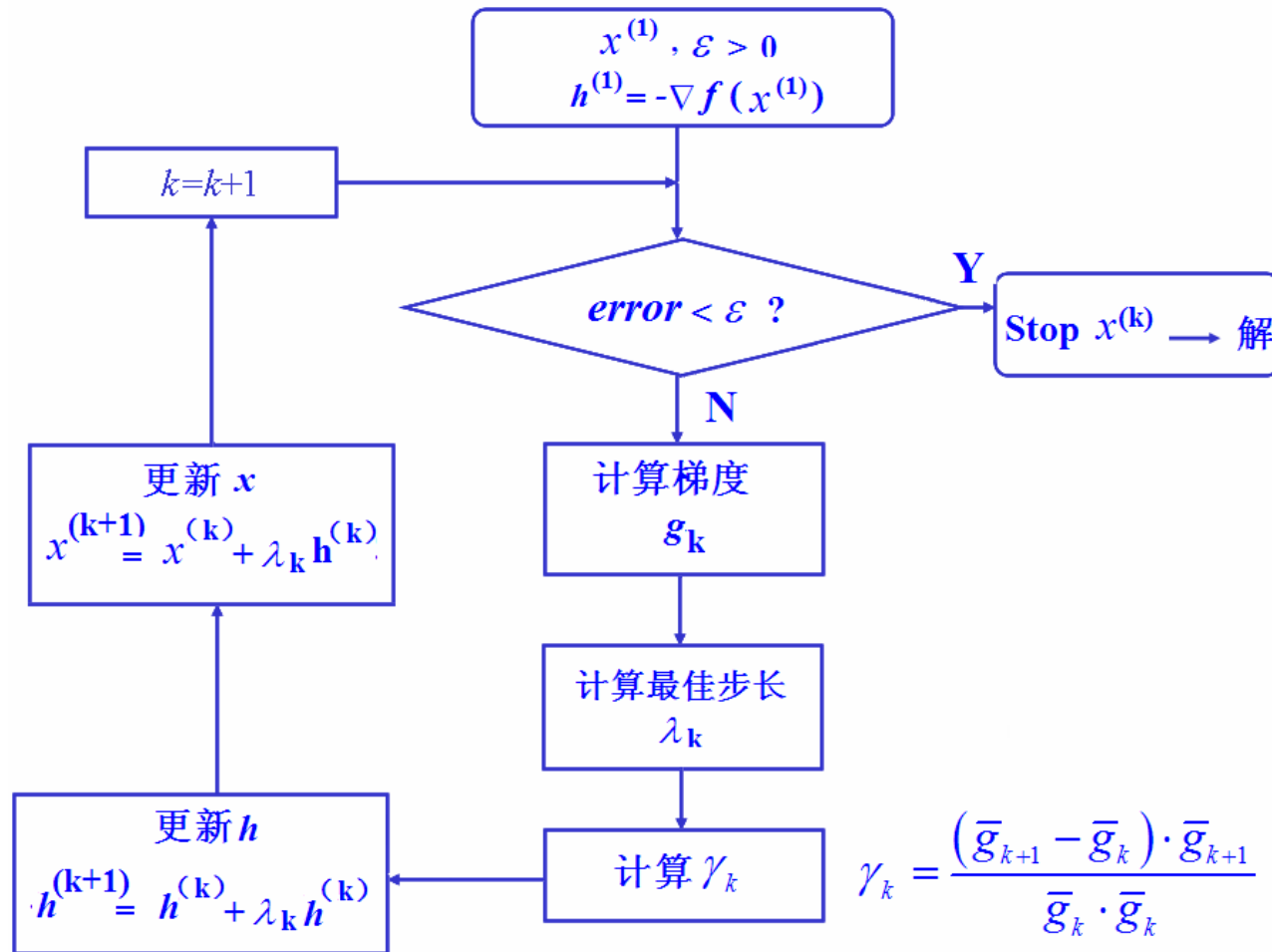
$$c = -2 \sum_k \sum_l |N_{kl}|^2 \left\{ \begin{array}{l} D_{kl}^2 - |E_{kl}^{sca}|^2 \\ -2 \operatorname{Re} \left[E_{kl}^{sca} \cdot (E_{kl}^{inc})^* \right] \end{array} \right\} + 4 \sum_k \sum_l \operatorname{Re}^2 \left[E_{kl}^{sca} N_{kl}^* + E_{kl}^{inc} N_{kl}^* \right]$$

$$d = -4 \sum_k \sum_l \left\{ \begin{array}{l} \left[D_{kl}^2 - |E_{kl}^{sca}|^2 \right. \\ \left. -2 \operatorname{Re} \left[E_{kl}^{sca} \cdot (E_{kl}^{inc})^* \right] \right] \cdot \operatorname{Re} \left[E_{kl}^{sca} N_{kl}^* + E_{kl}^{inc} N_{kl}^* \right] \right\}$$

$$e = \phi(x)$$

$$N_{kl} = \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-M}^M n_{nm} e^{-j2\pi \left(\frac{kn}{2N+1} + \frac{lm}{2M+1} \right)}$$

Polak-Ribiere共轭梯度法优化流程:



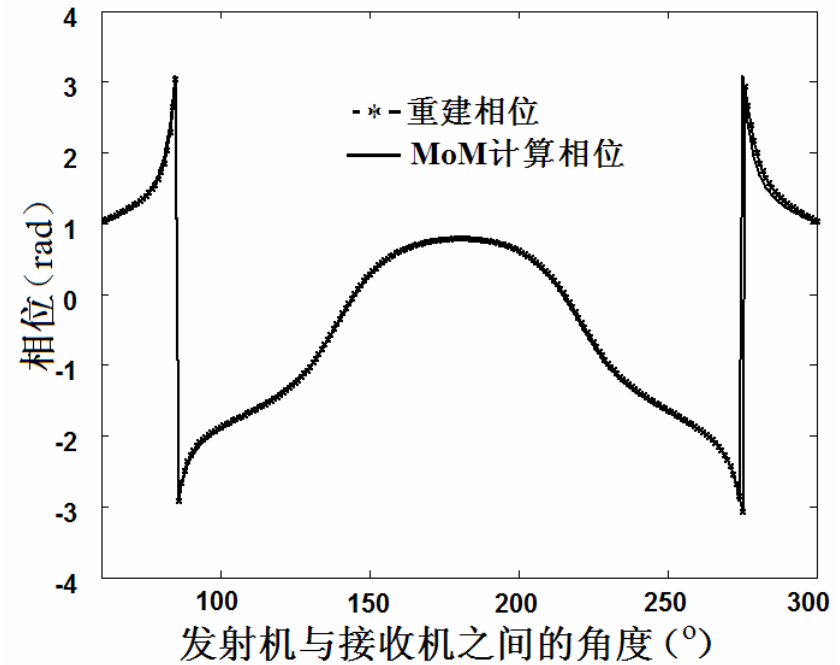
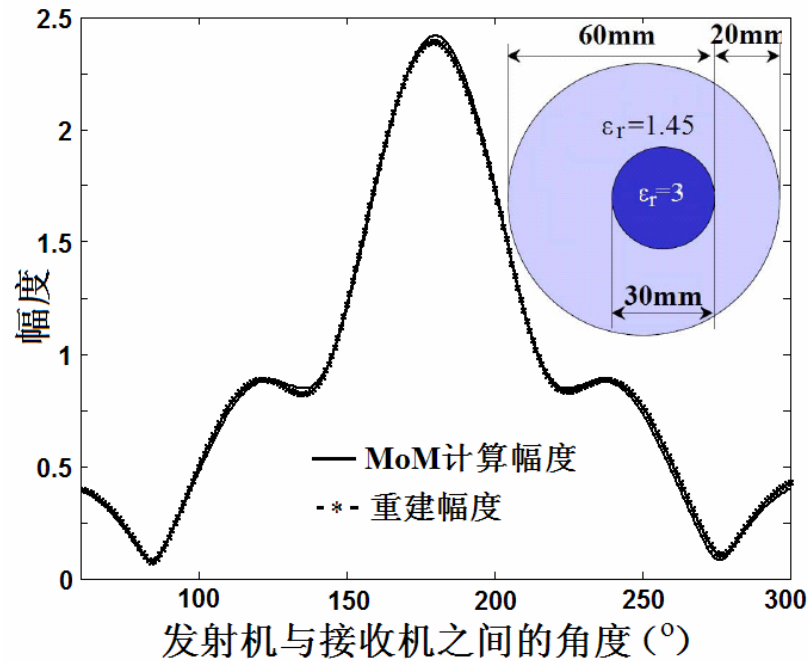
通过迭代寻找使价格函数最小的 x ，然后对 x 做 FFT 即可确定散射场的幅度和相位



三、自由度和噪声对相位复原的影响

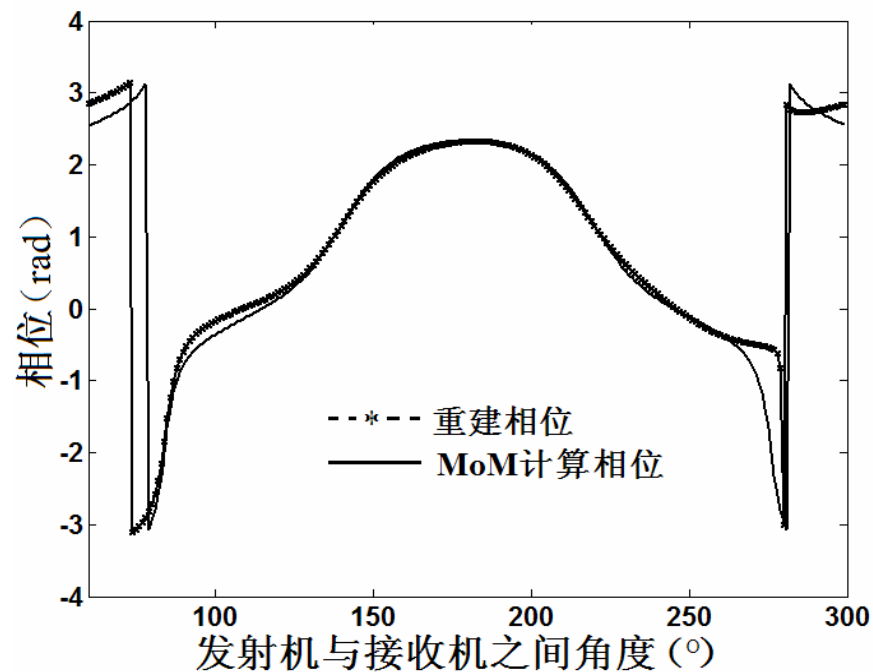
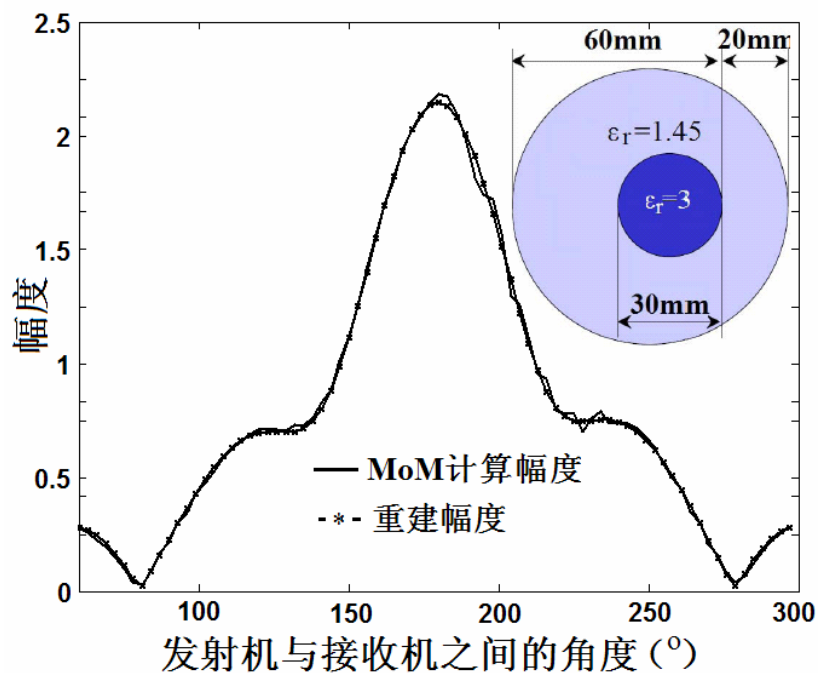
根据等效带宽理论，散射场一般为空间域的**有限带宽**信号，即散射场可由有限个相互独立而又完备的数据完整的重建出来，这些独立数据的个数称为**自由度**。

假设能包围散射体的最小圆的半径为 r ，则散射场自由度为 $2kr$ ，即散射场能用 $2kr$ 个傅立叶级数完整地表示出来。



5GHz 采用10个傅立叶级数的重建结果

$$|E_{tot}|^{meas} = |E_{tot}|^{MoM} (1 + 0.1 \cdot (rand(N_s, N_r) - 0.5))$$



5GHz

SNR=20dB

相位复原的局部极小值问题

傅立叶级数的个数 N 取得越多越能更好的逼近精确解，但 N 不能任意增大，因为随着 N 的增大，未知数随之增多，所需迭代步数会大大增加，同时也会增大价格函数的非线性度，当数据量与未知数比率小于**3**时会导致相位复原的结果陷入局部极小值。

当 x 取精确值 x_0 时价格函数为

$$\phi(\lambda) = \phi(x_0 + \lambda n) = a_1 \lambda^4 + b_1 \lambda^3 + c_1 \lambda^2$$

其中：

$$a_1 = \sum_k \sum_l |N_{kl}|^4$$

$$b_1 = 4 \sum_k \sum_l |N_{kl}|^2 \operatorname{Re} \left(E_{0kl}^{sca} N_{kl}^* + E_{kl}^{inc} N_{kl}^* \right)$$

$$c_1 = 4 \sum_k \sum_l \operatorname{Re}^2 \left[E_{0kl}^{sca} N_{kl}^* + E_{kl}^{inc} N_{kl}^* \right]$$

为避免出现局部极小值, 要求 $\phi'(\lambda)=0$

有且仅有一个实根 $\lambda = 0$

从而有 $\Delta = 9b_1^2 - 32a_1c_1 < 0$

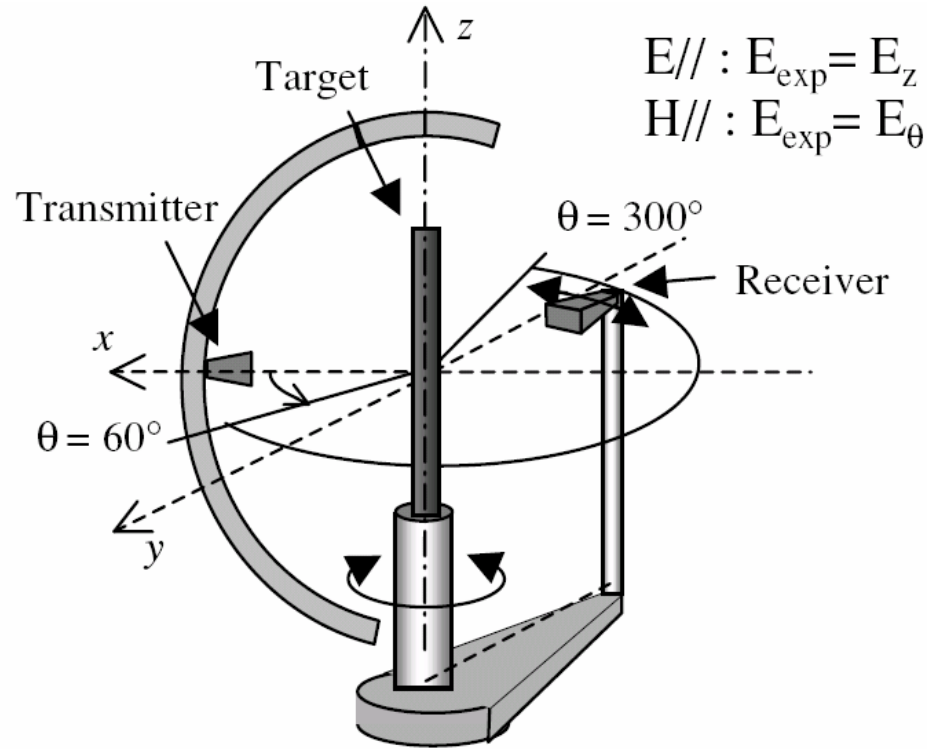
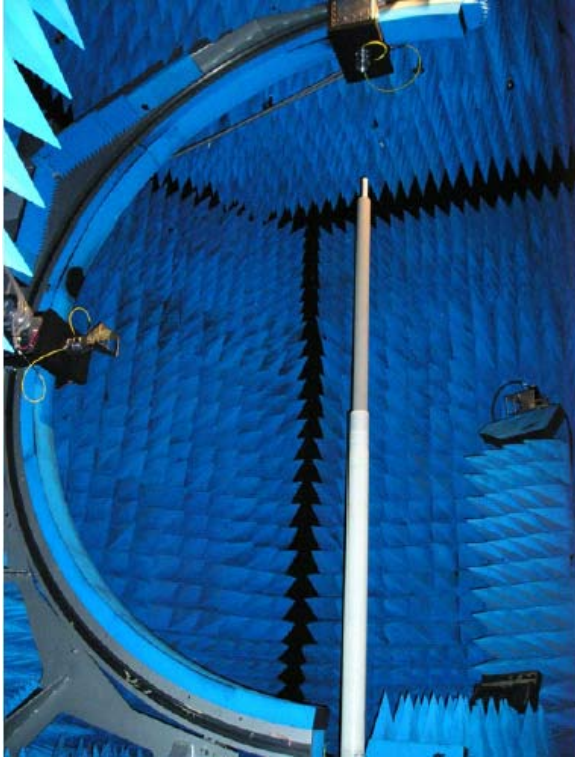
因此避免局部极小值的条件为：

$$b_1^2 / a_1c_1 < 32 / 9$$

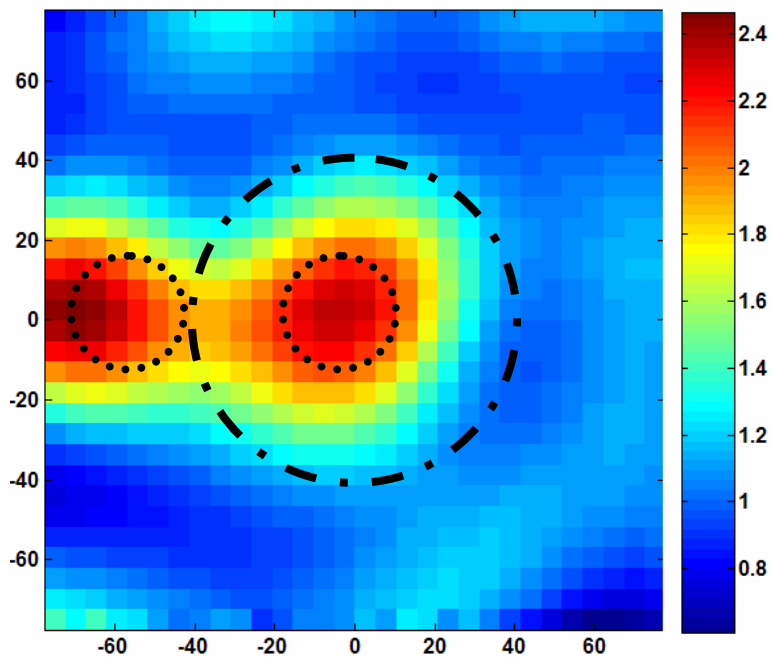
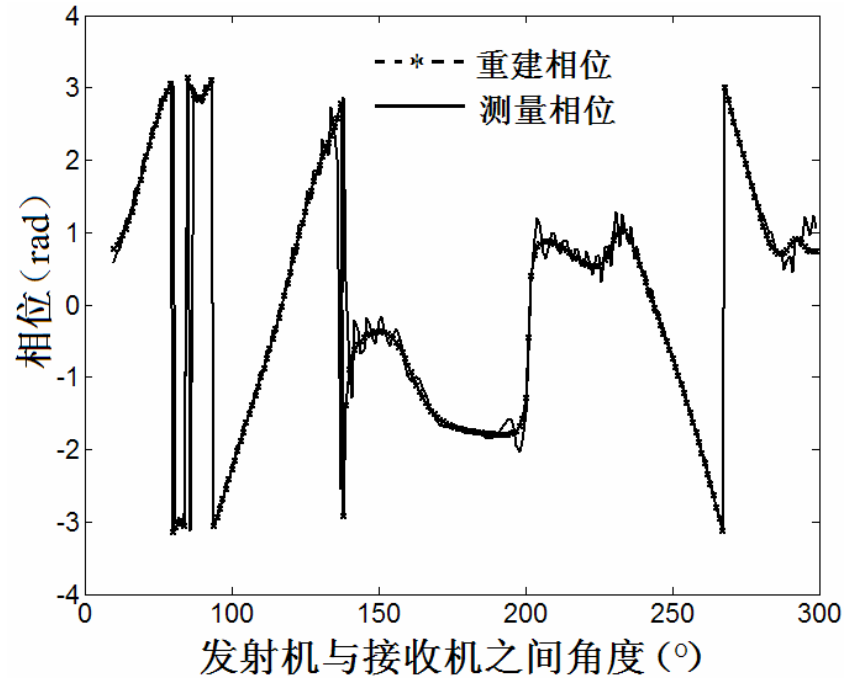
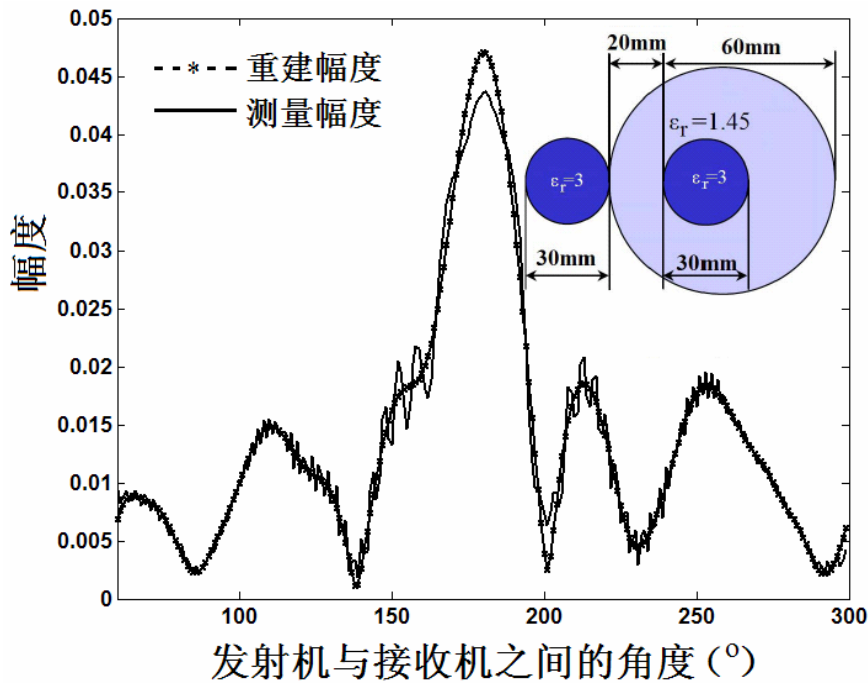


中国科学院高功率微波与电磁辐射重点实验室

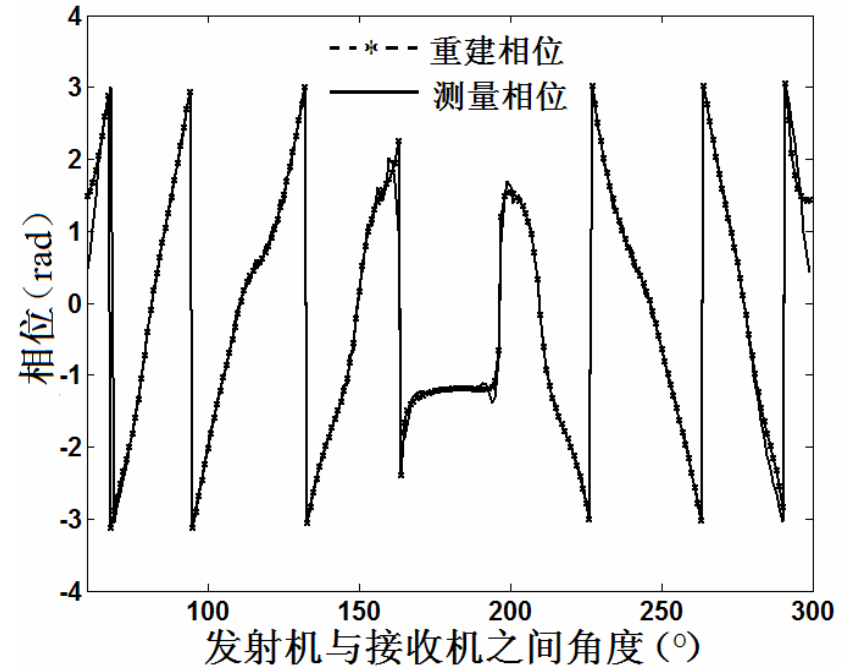
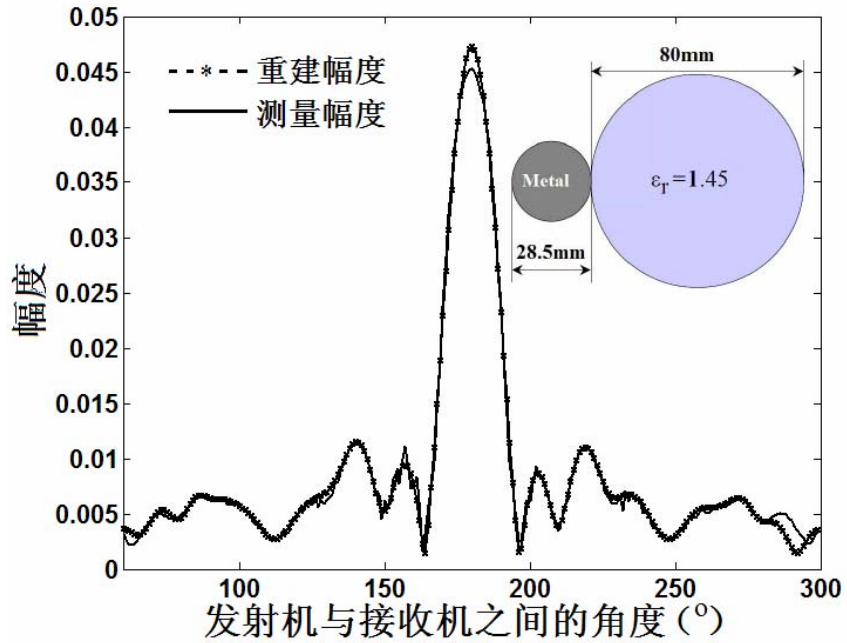
四、实验验证



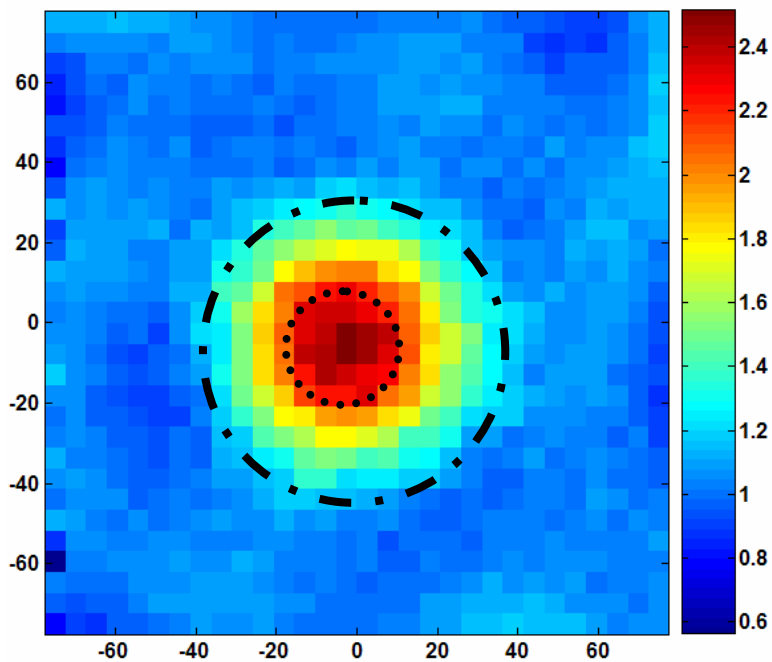
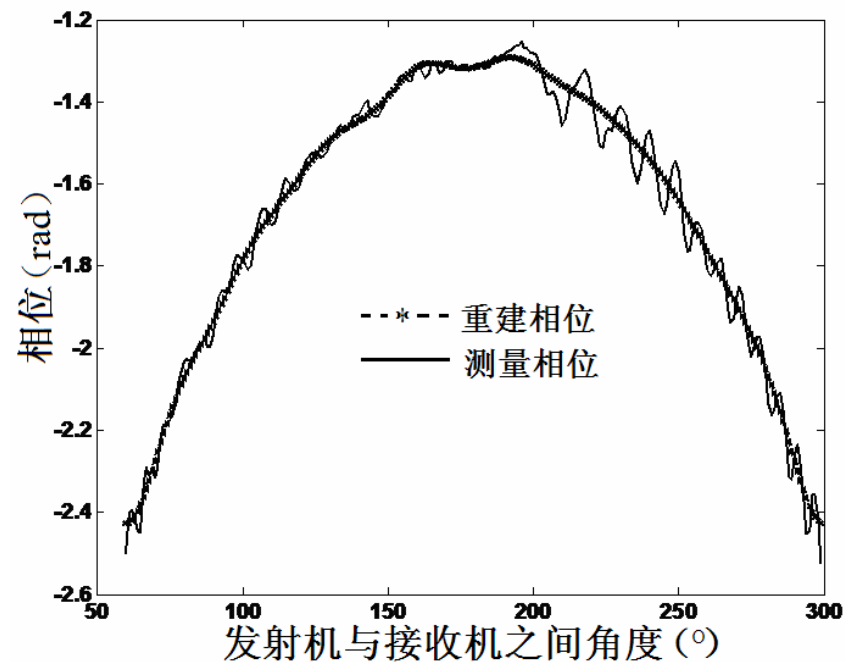
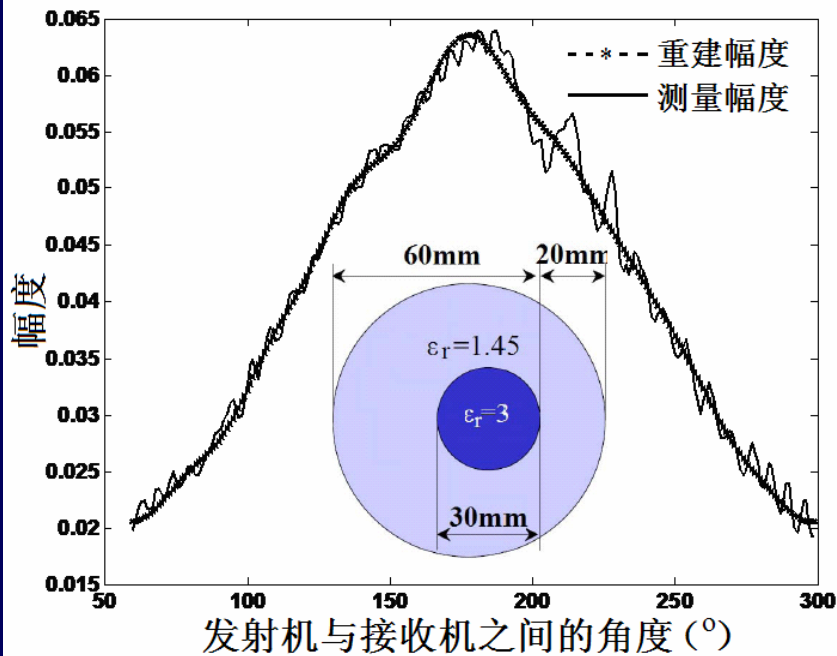
法国Fresnel研究所CCRM中心测试结构



8G时实验数据重建结果



12G时实验数据重建结果



2G时实验数据重建结果



中国科学院高功率微波与电磁辐射重点实验室

谢谢！