

单音和双音 1dB 压缩点的关系

陈高鹏

整篇分析基于一个基本假设：PA 的非线性可以用三阶幂级数来表征，高阶非线性可以忽略。即，PA 的输入输出关系可以表示为：

$$v_o = a_1 v_i + a_2 v_i^2 + a_3 v_i^3 \quad (1.1)$$

其中， v_i 和 v_o 分别为 PA 输入和输出信号电压。

当 PA 的输入信号 v_i 为单音信号时， $v_i(t) = v \cos(\omega t)$ ，输出信号为：

$$\begin{aligned} v_o(t) &= a_1 [v \cdot \cos(\omega t)] + a_2 [v \cdot \cos(\omega t)]^2 + a_3 [v \cdot \cos(\omega t)]^3 \\ &= a_1 v \cdot \cos(\omega t) + a_2 v^2 \cdot \frac{1}{2} [1 + \cos(2\omega t)] + a_3 v^3 \cdot \frac{1}{4} [3 \cos(\omega t) + \cos(3\omega t)] \\ &= \frac{1}{2} a_2 v^2 + (a_1 v + \frac{3}{4} a_3 v^3) \cdot \cos(\omega t) + \frac{1}{2} a_2 v^2 \cdot \cos(2\omega t) + \frac{1}{4} a_3 v^3 \cdot \cos(3\omega t) \end{aligned} \quad (1.2)$$

从上式可以看到，由于 PA 非线性的影响，输出信号中除了有基频信号 (ω) 之外，还产生了直流分量和二次、三次谐波分量 (2ω 、 3ω)。各分量的系数可以用下表总结：

	$a_1 v$	$a_2 v^2$	$a_3 v^3$
DC		1/2	
ω	1		3/4
2ω		1/2	
3ω			1/4

当 PA 的输入信号为双音信号（假设两个频率信号幅度相同）时，

$$\begin{aligned} v_o(t) &= a_1 [v \cos(\omega_1 t) + v \cos(\omega_2 t)] \\ &\quad + a_2 [v \cos(\omega_1 t) + v \cos(\omega_2 t)]^2 \\ &\quad + a_3 [v \cos(\omega_1 t) + v \cos(\omega_2 t)]^3 \\ &= a_1 v^2 \\ &\quad + (a_1 v + \frac{9}{4} a_3 v^3) \cdot \cos(\omega_1 t) + (a_1 v + \frac{9}{4} a_3 v^3) \cdot \cos(\omega_2 t) \\ &\quad + \frac{1}{2} a_2 v^2 \cdot \cos(2\omega_1 t) + \frac{1}{2} a_2 v^2 \cdot \cos(2\omega_2 t) + a_2 v^2 \cdot \cos(\omega_1 \pm \omega_2) t \\ &\quad + \frac{3}{4} a_3 v^3 \cdot \cos(2\omega_1 \pm \omega_2) + \frac{3}{4} a_3 v^3 \cdot \cos(2\omega_2 \pm \omega_1) + \frac{1}{4} a_3 v^3 \cdot \cos(3\omega_1) + \frac{1}{4} a_3 v^3 \cdot \cos(3\omega_2) \end{aligned} \quad (1.3)$$

可以看到，输出信号中除了有基频信号（ ω_1 、 ω_2 ）之外，还产生了直流分量和二次、三次谐波分量（ $2\omega_1$ 、 $2\omega_2$ 、 $3\omega_1$ 、 $3\omega_2$ ），更重要的是，产生了二阶和三阶交调分量（ $\omega_1 \pm \omega_2$ 、 $2\omega_1 \pm \omega_2$ 、 $2\omega_2 \pm \omega_1$ ）。各分量的系数可以用下表总结：

	a_1v	a_2v^2	a_3v^3
DC		1	
ω_1	1		9/4
ω_2	1		9/4
$2\omega_1$		1/2	
$2\omega_2$		1/2	
$\omega_1 \pm \omega_2$		1	
$2\omega_1 \pm \omega_2$			3/4
$2\omega_2 \pm \omega_1$			3/4
$3\omega_1$			1/4
$3\omega_2$			1/4

1dB 压缩点 P_{in-1dB} 的定义为：由于 PA 非线性，当输入功率为 P_{in-1dB} 时，PA 的功率增益比线性情况下降低 1dB。即实际输出电压 v_o 和理想线性输出电压 v_{oi} 之间存在如下关系：

$$20 \log_{10} \left(\frac{v_o}{v_{oi}} \right) = -1dB$$

或者：

$$\frac{v_o}{v_{oi}} = 0.89125 \tag{1.4}$$

(1) 计算单音测试时输入 1dB 压缩点电压 v_{1-1dB} ：

由表 1 可知，单音测试时输出基波信号为：

$$v_o = a_1v_i + \frac{3}{4}a_3v_i^3 \tag{1.5}$$

理想线性输出应该是:

$$v_o = a_1 v_i + \frac{3}{4} a_3 v_i^3 \quad (1.6)$$

所以, 由(1.4), (1.5)和(1.6), 可得:

$$\frac{a_1 v_{1-dB} + \frac{3}{4} a_3 v_{1-dB}^3}{a_1 v_{1-dB}} = 0.89125 \quad (1.7)$$

解得:

$$v_{1-dB} = 0.38 \sqrt{\frac{a_1}{-a_3}} \quad (1.8)$$

(2) 计算双音测试时输入 1dB 压缩点电压 v_{2-1dB} :

由表 2 可知, 双音测试时输出基波信号 (注意: 双音测试输出端只看其中一个频率) 为:

$$v_o = a_1 v_i + \frac{9}{4} a_3 v_i^3 \quad (1.9)$$

(注意: 单音双音的区别就在这里, 第二项的系数不同, 即双音测试下, 另外一个频率信号的存在会影响到本频率输出信号, 这就是互调 cross modulation)。

所以, 有:

$$\frac{a_1 v_{2-1dB} + \frac{9}{4} a_3 v_{2-1dB}^3}{a_1 v_{2-1dB}} = 0.89125 \quad (1.10)$$

解得¹:

$$v_{2-1dB} = 0.22 \sqrt{\frac{a_1}{-a_3}} \quad (1.11)$$

(3) 单音和双音 1dB 压缩点的关系

由上可知, 双音测试下 1dB 压缩点对应的输入功率小于单音测试下所对应输入功率。分别对应的输出电压为:

A. 单音 v_{o1} :

(1.8)→(1.5), 可解得:

$$v_{o1} = 0.34 \cdot a_1 \cdot \sqrt{\frac{a_1}{-a_3}} \quad (1.12)$$

B. 双音 v_{o2} :

(1.11)→(1.9), 可解得:

$$v_{o2} = 0.20 \cdot a_1 \cdot \sqrt{\frac{a_1}{-a_3}} \quad (1.13)$$

¹ Thank totowo@smth for reviewing the original wrong equation.

从而，单音和双音 1dB 压缩点输出功率只比为：

$$20\log_{10}\left(\frac{v_{o1}}{v_{o2}}\right) = 4.61dB \quad (1.14)$$

即，得到结论：单音测试 1dB 压缩点输出功率比双音测试下高出 4.61dB；而且，如果输入为更多音信号的话，这个比值会进一步提高。

因为双音测试所看的是其中一个信号的特性，而不是两个信号之和，所以由于器件功率容限一定，双音 1dB 压缩点低于单音下，是显而易见的。这里做了一定假设下的定量计算，即使双音测试下考虑两个信号功率之和，单音 1dB 压缩点仍然会高于双音 1dB 压缩点：

$$20\log_{10}\left(\frac{v_{o1}}{\sqrt{2} \cdot v_{o2}}\right) = 1.61dB \quad (1.15)$$

注意：以上推导都建立在器件非线性为三阶拟合假设的基础上，实际器件的非线性特性与此假设有出入，必然导致定量分析有所出入。